

四川轻化工大学 2023 年研究生招生考试业务课试卷

(满分: 150 分, 所有答案一律写在答题纸上)

适用专业: 085411 大数据技术与工程

考试科目: 814 数理统计 A 卷

考试时间: 3 小时

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. $P(A)=0.2$, $P(B)=0.5$, 且 $P(B-A)=0.4$, 则关于随机事件 A 与 B , 下面说法错误的是_____.

A. A 与 B 独立, B. \bar{A} 与 B 独立, C. A 与 \bar{B} 独立, D. \bar{A} 与 \bar{B} 不独立.

2. 设 $P(MN)=0$, 则下列选项正确的是_____.

A. M 与 N 互不相容, B. M 与 N 相容,
C. MN 是不可能事件, D. MN 不一定是不可能事件.

3. X 服从正态分布 $N(0,1)$, 若 $P(|X|>k)=0.1$, 则 $P(X>k)=$ _____.

A. 0.05, B. 0.90,
C. 0.95, D. 不能确定.

4. 设随机变量 X 服从二项分布即 $X \sim b(n, p)$, $E(X)=2.4$, $Var(X)=1.44$, 则 $n+p=$ _____.

A. 4.8, B. 2.88, C. 0.1, D. 6.4.

5. 已知 $P(A)=0.7$, $P(A-B)=0.4$, 则 $P(\overline{AB})=$ _____.

A. 0.7, B. 0.4,
C. 0.1, D. 0.3.

6. 设 X, Y 均服从 $N(\mu, 1)$, 下列结论中正确的是_____.

A. X, Y 相互独立时 $X^2+Y^2 \sim \chi^2(2)$, B. $X^2+Y^2 \sim \chi^2(2)$,
C. X, Y 相互独立时 $(X-\mu)^2+(Y-\mu)^2 \sim \chi^2(2)$, D. $(X-\mu)^2+(Y-\mu)^2 \sim \chi^2(2)$.

7. 设 Y_1, Y_2 独立同分布且其方差 σ^2 , 令 $X = (Y_1 + Y_2)/2$, 则_____.

A. $Cov(Y_1, X) = \sigma^2$,

B. $Cov(Y_1, X) = \sigma^2/2$,

C. $D(Y_2 + X) = 3\sigma^2/2$,

D. $D(Y_2 - X) = 3\sigma^2/4$.

8. Y_1, Y_2, \dots, Y_n 为来自总体 Y 的样本, 且 $\mu = E(Y) + 1$, 关于 μ 的估计下列说法错误的是_____.

A. $Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 + Y_5 + Y_6 - Y_7 - 1$ 是的 μ 无偏估计,

B. $(\sum_{i=1}^n (Y_i + 1))/n$ 是 μ 的无偏估计,

C. $(\sum_{i=1}^n (Y_i + 1))/n$ 是 μ 的相合估计,

D. $Y_1 - Y_2 + Y_3 + 1$ 是的 μ 相合估计.

9. 关于随机变量 X 与 Y 独立性和相关性, 下列说法正确的是_____.

A. X 与 Y 不独立, 则 X 与 Y 线性相关,

B. X 与 Y 线性无关, 则 X 与 Y 独立,

C. X 与 Y 是正态随机变量, X 与 Y 独立与 X 与 Y 线性无关等价,

D. X 与 Y 不独立, 则 X 与 Y 线性无关.

10. 取值概率对称的离散型随机变量 X 的分布列为 $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & c & d & 0.3 & e \end{pmatrix}$, 则_____.

A. $d = 0.6$, B. $d = 0.2$, C. $d = 0.5$, D. $d = 0.1$.

二、名词解释 (每题 5 分, 共 20 分)

1. 样本的二重性.

2. 统计量.

3. 抽样分布.

4. 三个随机事件相互独立的定义.

三、简述题 (每题 10 分, 共 40 分)

1. 矩估计原理.

2. 随机变量 X 和 Y 独立, 且服从标准正态分布, 如何用它们构造服从卡方分布的随机变量.

3. 简述如何用边际分布函数刻画随机变量间的独立性.

4. 简述随机事件不相容和独立的区别.

四、解答题 (共 60 分)

1. (本题满分 20 分)

设总体 η 的密度函数为 $f(x; \theta) = \theta^2 x^{\theta^2-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$, η_1, \dots, η_n 是取自 η 的样本, 求 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

2. (本题满分 20 分)

腾飞驾校有三名资深教练, 李某、张某和朱某, 他们指导的学员某五个月驾考通过率如下表:

教练	通过率(%)				
李某	73	83	84	83	76
张某	54	53	68	74	71
朱某	79	84	98	85	91

将上表原始数据乘上 10 再减 5, 初步计算结果如下:

水平	数据					T_i	T_i^2	$\sum_{j=1}^m y_{ij}^2$
A1	2.3	3.3	3.4	3.3	2.6	14.9	222.01	45.39
A2	0.4	0.3	1.8	2.4	2.1	7	49	13.66
A3	2.9	3.4	4.8	3.5	4.1	18.7	349.69	72.07
求和						40.6	620.7	131.12

请完成方差分析的后续步骤, 并回答: 从学员驾考过关率指标看, 三个教练的指导水平是否有差异? (显著性水平 $\alpha = 0.05$, 要求给出方差分析表, 所需下侧分位数见试卷最后的附录)

3. (本题满分 20 分)

为调查某大学有机化学课程和生物课程的关系, 随机抽样六个班的两课程平均绩点, 计算出生物课程平均绩点为 Y 、有机化学课程平均绩点 X , 如下表:

X (有机化学课程平均绩点)	1.5	2.5	3.0	3.6	4.4	6.0
Y (生物课程平均绩点)	1.1	2.2	3.5	4.0	6.5	8.6

初步计算表如下：

$\sum_{i=1}^6 x_i = 21$	$n = 6$	$\sum_{i=1}^6 y_i = 19.9$
$\bar{x} = 3.5$		$\bar{y} = 4.32$
$\sum_{i=1}^6 x_i^2 = 85.82$	$\sum_{i=1}^6 x_i y_i = 112.25$	$\sum_{i=1}^6 y_i^2 = 150.51$
$n\bar{x}^2 = 73.5$	$n\bar{x}\bar{y} = 90.72$	$n\bar{y}^2 = 111.97$
$l_{xx} = 12.32$	$l_{xy} = 21.53$	$l_{yy} = 38.54$

- (1) 请建立生物课程平均绩点对有机化学课程平均绩点的一元线性回归方程，
- (2) 说明建立的回归方程是否显著 ($\alpha = 0.05$) .

附录：一些可能用到的临界值（下侧分位数）

$$F_{1-0.05}(1,7) = 5.59, \quad F_{1-0.05}(1,4) = 7.71, \quad F_{1-0.05}(1,8) = 5.32, \quad F_{1-0.05}(1,9) = 5.12, \quad F_{1-0.05}(2,8) = 4.46,$$

$$F_{1-0.05}(2,18) = 3.55, \quad F_{1-0.05}(2,12) = 3.89, \quad F_{1-0.05}(2,20) = 3.49, \quad t_{1-0.025}(4) = 2.78,$$

$$t_{1-0.025}(9) = 2.26, \quad t_{1-0.05}(10) = 2.22, \quad r_{1-0.05}(9) = 0.60, \quad r_{1-0.05}(4) = 0.81.$$